

ESERCIZI

CONTENTS

1. Calcolare i seguenti integrali	1
2. Calcolare i seguenti integrali definiti	2
3. Altri problemi carini	2

1. CALCOLARE I SEGUENTI INTEGRALI

- (1) $\int \frac{x}{1+x} dx.$
- (2) $\int \frac{x^2 + 5x - 1}{\sqrt{x}} dx.$
- (3) $\int \frac{1}{\sin x} dx.$ [usare che $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$ e che $\sin x = 2 \sin(x/2) \cos(x/2)$]
- (4) $\int \frac{1}{\cos x} dx.$
- (5) $\int \cos(4x) \cos(7x) dx.$ [usare che $\cos p \cos q = \frac{1}{2}(\cos(p-q) + \cos(p+q))$]
- (6) $\int \frac{1 + \log^3 x}{x} dx.$
- (7) $\int \frac{e^{\tan x} - 1}{\cos^2 x} dx.$
- (8) $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^3 x}.$
- (9) $\int \frac{x-1}{x+1} dx.$
- (10) $\int \frac{2x}{2x+5} dx.$
- (11) $\int \frac{\sin x - \sin^3 x}{1 - \sin x} dx.$
- (12) $\int \frac{1 + \sin(2x)}{\cos^2 x} dx.$
- (13) $\int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} dx.$
- (14) $\int \frac{x + \arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$
- (15) $\int \frac{6x-7}{3x^2-7x+11} dx.$
- (16) $\int \frac{7x+1}{6x^2+x-1} dx.$
- (17) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\log^2 x}}.$
- (18) $\int \tan^4 x dx.$
- (19) $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx.$ [sostituire $x = \sin t$]
- (20) $\int \frac{xdx}{x^4+2x+5}.$

- (21) $\int \frac{e^x dx}{1 + \sqrt{e^x}}$.
- (22) $\int \sqrt{e^x - 1} dx$.
- (23) $\int e^x \sin x dx$.
- (24) $\int \arctan \sqrt{x} dx$.
- (25) $\int \sqrt{9 - \tan^2 x} (1 + \tan^2 x) dx$.
- (26) $\int e^x \sin(2x) dx$.
- (27) $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$.
- (28) $\int \log(x^2 + 1) dx$.
- (29) $\int e^x \sin x dx$.
- (30) $\int \frac{\log x}{x^3} dx$.

2. CALCOLARE I SEGUENTI INTEGRALI DEFINITI

- (1) $\int_0^{\pi/4} \tan x dx$. $[\frac{1}{2} \log 2]$
- (2) $\int_0^1 \frac{x dx}{1 + x^4}$. $[\pi/8]$
- (3) $\int_0^{\log 2} \sqrt{e^x - 1} dx$. $[2 - \pi/2]$
- (4) $\int_0^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx$. $[\log(\frac{1+e}{2})^2 - 1]$
- (5) $\int_{-1}^0 \frac{x dx}{x^2 + 2x - 3}$. $[-\frac{1}{4} \log 3]$
- (6) $\int_2^3 x \sqrt{2x^2 + 1} dx$. $[\frac{1}{6}(19\sqrt{19} - 27)]$
- (7) $\int_0^{2\pi} \cos^2 x \sin x dx$. $[2/3]$
- (8) $\int_0^{\pi/2} x \sin x dx$. $[1]$
- (9) $\int_1^2 (x + 1) \log x dx$. $[4 \log 2 - \frac{7}{4}]$
- (10) $\int_0^1 x e^x dx$. $[1]$
- (11) $\int_0^1 \frac{x^2}{x^2 + 1} \arctan x dx$. $[\frac{\pi}{4} - \log \sqrt{2} - \frac{\pi^2}{32}]$
- (12) $\int_0^1 \frac{dx}{(1 + x^2)^2}$. $[\frac{1}{4} + \frac{\pi}{8}]$ [integrare $\frac{1}{1+x^2}$ in due modi diversi]
- (13) $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$. $[\frac{\pi}{2} - 1]$ [chiamare t tutto l'integrando e usare l'esercizio precedente]

3. ALTRI PROBLEMI CARINI

- (1) Si determinino le coordinate dei punti comuni alle due parabole $y = x^2 + 5$ e $y = 2x^2 + 1$ e si calcoli l'area della parte di piano limitata dagli archi delle due curve che hanno per estremi tali punti. $[32/3]$
- (2) Determinare l'area della parte di piano limitata dalla parabola $y^2 = 4x + 4$ e dalla retta $y = 2 - x$. $[64/3]$

- (3) Determinare l'area della regione di piano limitata dalla parabola $y = -x^2 + 6x - 5$, dalla retta $y = x + 1$ e dall'asse x . $[17/6]$
- (4) Calcolare l'area del segmento parabolico limitato dalla parabola $y^2 = 2x$ e dalla retta $x = 3$. $[4\sqrt{6}]$
- (5) Calcolare l'area della regione di piano limitata dalla curva $y = x(\log x)^2$, dall'asse x e dalle rette $x = 1$ e $x = e$. $[(e^2 - 1)/4]$
- (6) Trovare il volume del solido determinato dalla rotazione attorno all'asse x della figura limitata dalla parabola $y = -x^2 + 2x$ e dall'asse x . $[\frac{16}{15}\pi]$
- (7) Calcolare il volume del solido generato dalla rotazione attorno all'asse x della porzione di piano limitata dalla curva $y = \sqrt{e^{\sin x}} \cos x$, dall'asse x e dalle rette $x = 0$ e $x = \pi/2$. $[\pi(e - 1)]$
- (8) Calcolare la lunghezza della curva $y = x\sqrt{x}$ per $0 \leq x \leq 4/3$. $[56/27]$
- (9) Calcolare la lunghezza della curva $y = \sqrt{1 - x^2}$ per $-1 \leq x \leq 1$. $[\pi]$
- (10) Calcolare la lunghezza della curva $y = (1 - x^{2/3})^{3/2}$ per $0 \leq x \leq 1$. $[3/2]$