

Università degli studi di Trieste
Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura
Compito di Istituzioni di Matematiche

23 febbraio 2016

Cognome:

Nome:

Matricola:

SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE

Esercizio 1 – 9 punti. Sia $f(x) = (x - 1)e^{\frac{1}{x-1}}$.

Determinare:

- Il dominio di f
- Stabilire, se possibile, il segno di f ed eventuali intersezioni del grafico di f con gli assi cartesiani.
- I limiti agli estremi del dominio. Eventuali asintoti orizzontali, verticali o obliqui.
- La derivata prima di f . Studio del segno della derivata prima ed eventuali punti di massimo e minimo.
- La derivata seconda di f . Studio del segno della derivata seconda ed eventuali punti di flesso.
- Disegnare il grafico della funzione.
- Considerare la funzione $g(x) := f(1/x)e^{\frac{x}{x-1}}$ e determinare per quale valore di $\alpha > 0$ si ha che $\int_{1/2}^{\alpha} g(x) dx = 0$ [suggerimento: fare bene i conti per trovare g].

Esercizio 2 – 2 punti. Determinare il valore dei parametri α e β affinché la seguente funzione sia continua su tutto l'asse reale \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} 2(x + \alpha)^3 & x < -\pi, \\ 2 \cos(x) & -\pi \leq x \leq 0, \\ \log(\beta + x) & x > 0. \end{cases}$$

Esercizio 3 – 2 punti. Determinare il dominio della seguente funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{(1 - x^3)(x + 2)}}.$$

Esercizio 4 – 2 punti. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(23x)}{\cos(x) - 1}.$$

Esercizio 5 – 5 punti. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\pi/2} [\cos^2 x - \sin^2 x] dx.$$

Esercizio 6 – 2 punti. Si scriva l'approssimazione al terzo ordine ($n = 3$) mediante il polinomio di MacLaurin della funzione

$$f(x) = xe^{-x}.$$

Esercizio 7 – 2 punti. Nello spazio sono dati i punti $A = (6, -1, 3)$, $B = (5, 4, 3)$ e $C = (0, -2, 3)$.

- Scrivere le equazioni parametriche della retta r_1 passante per A e B .
- Scrivere le equazioni parametriche della retta r_2 passante per C e parallela alla retta r_1 .

Esercizio 8 – 6 punti. Data la funzione $f(x, y) = -9x^2 + 4y^2 - 6 + \frac{1}{2}x^4 - 16y$.

- Determinare il vettore gradiente di f : $\nabla f(x, y)$.
- Trovare l'equazione del piano tangente ad f nel punto di coordinate $(0, 0)$.
- Trovare e classificare i punti critici di f .