

Università degli studi di Trieste  
Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura  
Compito di Istituzioni di Matematiche

2 settembre 2017

Cognome: .....

Nome: .....

Matricola: .....

SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE

--	--	--	--	--	--

**Esercizio 1 – 3+5 punti.** Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{4-x}-2}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 \sin(\pi x)}{1-x^2}.$$

**Esercizio 2 – 4 punti.** Si calcoli l'integrale definito

$$\int_0^e x^2 \ln x \, dx.$$

**Esercizio 3 – 3 punti.** Dimostrare che l'equazione  $x^3 + e^x = 0$  ha una sola soluzione.

**Esercizio 4 – 3 punti.** Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione dispari e derivabile. Dimostrare che:

$$\forall b > 0, \exists c \in (-b, b) \text{ tale che } f'(c) = \frac{f(b)}{b}.$$

**Esercizio 5 – 3 punti.** Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione tale che  $f' \geq 3/2$  e tale che  $f(1) = 2$ . Dimostrare che  $f(5) \geq 8$ .

**Esercizio 6 – 9 punti.** Un numero  $z \in \mathbb{R}$  si dice *punto fisso* per una funzione  $f$  se  $f(z) = z$ . Dimostrare che ogni funzione continua  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  ha un punto fisso.