Università degli studi di Trieste

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura
Compito di Istituzioni di Matematiche

2 febbraio 2016

Cognome: .....

Nome: .....

Matricola: .....

SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE

Compito di Istituzioni di Matematiche – 2 febbraio 2016

Esercizio 1 – 9 punti. Sia $f(x) = \dfrac{x^2 - \log x}{x^2 + 4x - 5}$

Determinare:

- Il dominio di $f(x)$
- Stabilire, se possibile, il segno di $f(x)$ ed eventuali intersezioni del grafico di $f(x)$ con gli assi cartesiani.
- I limiti agli estremi del dominio. Eventuali asintoti orizzontali,verticali o obliqui.
- La derivata prima di $f(x)$. Studio del segno della derivata prima ed eventuali punti di massimo e minimo.
- La derivata seconda di $f(x)$. Studio del segno della derivata seconda ed eventuali punti di flesso.
- Disegnare il grafico della funzione

Esercizio 2 – 2 punti. Determinare il valore dei parametri α e β affinchè la seguente funzione sia continua su tutto l'asse reale $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 2(x+\alpha)^2 & x < -\pi, \\ 2\sin(x) & -\pi \le x \le 0, \\ \log(\beta + x) & x > 0. \end{cases}$$

Esercizio 3 – 2 punti. Determinare il dominio della seguente funzione

$$f(x) = \sqrt[4]{(1-x^2)(x+3)}.$$

Esercizio 4 – 2 punti. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(5x)}{e^{3x} - 1}.$$

Esercizio 5 – 5 punti. Si calcoli il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} \sin(x)\cos(x)\, dx.$$

Esercizio 6 – 2 punti. Si scriva l'approssimazione al terzo ordine ($n = 3$) mediante il polinomio di MacLaurin della funzione

$$f(x) = e^{-x}.$$

Esercizio 7 – 2 punti. Nello spazio sono dati i punti $A = (6, -1, 3)$, $B = (5, 4, 3)$ e $C = (0, -2, 3)$.

- Scrivere le equazioni parametriche della retta r_1 passante per A e B.
- Scrivere le equazioni parametriche della retta r_2 passante per C e parallela alla retta r_1.

Esercizio 8 – 6 punti. Data la funzione $f(x, y) = -9x^2 + 4y^2 - 6 + \frac{1}{2}x^4 - 16y$.

- Determinare il vettore gradiente di f: $\nabla f(x, y)$.
- Trovare l'equazione del piano tangente ad f nel punto di coordinate $(0, 0)$.
- Trovare e classificare i punti critici di f.