

Università degli studi di Trieste  
Corso di Laurea magistrale a ciclo unico in Architettura  
Istituzioni di Matematiche

22 Giugno 2015

Cognome: .....

Nome: .....

Matricola: .....

SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE

<b>Esercizio</b>	<b>Punteggio</b>
1	/3
2	/3
3	/3
4	/4
5	/2
6	/4
7	/8
8	/3
<b>Totale</b>	<b>/30</b>
<b>Voto</b>	

**Esercizio 1 – 1+1+1 punti.** Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{5}{n}}{e^{7/n} - 1}, \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} [\log(e^{2n}) - \log(8 + n)], \quad (c) \lim_{n \rightarrow \infty} [3n^2 + 2n^4 - 2206n(-1)^n].$$

**Esercizio 2 – 1+1+1 punti.** Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(e^{2x} + 1)}{x^3}; \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{\sin(x/2)}}; \quad (c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \log(\log x).$$

**Esercizio 3 – 2+1 punti.** Calcolare i seguenti limiti applicando i teoremi di de L'Hôpital, dopo aver classificato il tipo di forma indeterminata:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan x} - e^x}{\tan x - x}; \quad (b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10}.$$

**Esercizio 4 – 2+2 punti.** Calcolare le seguenti derivate:

$$(a) D [x \log^3 x - 3x \log^2 x + 6x \log x - 6x]; \quad (b) D \left[ \sqrt{1 + \log^2 x} \right].$$

**Esercizio 5 – 2 punti.** Scrivere il polinomio di Taylor dell'ordine  $n$  indicato della seguente funzione.

$$f(x) = xe^x, \quad n = 4.$$

**Esercizio 6 – 4 punti.** Determinare i valori dei parametri  $c$  e  $k$  affinché risulti continua e derivabile la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \log x, & x > 0, \\ (x - c)^2 + x - 9 + k, & x \leq 0. \end{cases}$$

**Esercizio 7 – 8 punti.** Studiare la funzione  $y = f(x) = \cos x - \cos^2 x$ , indicando:

- (a – 2 punti) Dominio. Intersezioni con gli assi. Segno della funzione.
- (b – 2 punti) Derivata prima, suo dominio, suo segno. Eventuali punti di massimo o minimo. Sono relativi o assoluti? Derivata seconda, suo dominio, suo segno. Concavità o convessità della funzione.
- (c – 3 punti) Calcolare il valore  $\alpha > 0$  per il quale si ha  $\int_0^\alpha f(x) dx = 0$ .
- (d – 1 punto) Disegnare un grafico accurato della funzione studiata.

**Esercizio 8 – 1+2 punti.** Calcolare i seguenti integrali:

$$(a) \int \frac{x^2 + 5x - 1}{\sqrt{x}} dx; \quad (b) \int \frac{x + \arcsin^2 x}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$$