

Università degli studi di Trieste
Corso di Laurea magistrale a ciclo unico in Architettura
Istituzioni di Matematiche

23 Gennaio 2015

Cognome:

Nome:

Matricola:

SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE

Esercizio	Punteggio
1	/3
2	/3
3	/2
4	/3
5	/3
6	/3
7	/7
8	/3
9	/3
Totale	/30
Voto	

Esercizio 1 – 1+1+1 punti. Vero o falso? Rispondere giustificando le risposte.

- (a) Se la successione a_n è infinitesima, allora $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - a_n) = 0$.
 (b) Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
 (c) Se $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \ell$, allora $f(c) = \ell$.

Esercizio 2 – 1+1+1 punti. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{2}{n}}{e^{\sqrt{3/n}} - 1} \sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{n} \right), \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} [\log(8+n) - \log(en)], \quad (c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 2301(-1)^n}{n^2 + 2301 \cos(n\pi)}.$$

Esercizio 3 – 1+1+1 punti. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(1 - \sqrt{\cos \frac{2\pi}{n^2}} \right), \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^{2015}} \right)^{n^{2015}}.$$

Esercizio 4 – 1+1+1 punti. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x} \right) (1 + \sin(e^x)); \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin((x-1)^2)}{x-1}; \quad (c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x}{x}.$$

Esercizio 5 – 1+1+1 punti. Calcolare i seguenti limiti applicando i teoremi di de L'Hôpital, dopo aver classificato il tipo di forma indeterminata:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\arcsin(3x)}; \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \cos x}{\sin 2x}; \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{\sin 2x}}.$$

Esercizio 6 – 1+1+1 punti. Calcolare le seguenti derivate:

$$(a) D \left[\frac{x e^x \arctan x}{\log^5 x} \right]; \quad (b) D[(\arctan x)^x]; \quad (c) D[x^{10} - 3x^5 + 1].$$

Esercizio 7 – 7 punti. Studiare la funzione $y = f(x) = x\sqrt{1-x^2}$, indicando:

- (a – 2 punti) Dominio. Intersezioni con gli assi. Segno della funzione. Discutere la parità o disparità della funzione.
 (b – 2 punto) Derivata prima, suo dominio, suo segno. Come si comporta la derivata prima agli estremi del suo dominio? Eventuali punti di massimo o minimo. Sono relativi o assoluti? Derivata seconda, suo dominio, suo segno. Concavità o convessità della funzione.
 (c – 2 punto) Calcolare l'area compresa tra in grafico di f e l'asse x e le rette $x = \pm \frac{1}{2}$ (la parità/disparità della funzione può aiutare...). Calcolare il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando la funzione di un giro completo attorno all'asse x (la parità/disparità della funzione può aiutare...).
 (d – 1 punto) Disegnare un grafico accurato della funzione studiata.

Esercizio 8 – 1+1+1 punti. Calcolare i seguenti integrali:

$$(a) \int \frac{6x-7}{3x^2-7x+11} dx; \quad (b) \int e^x \sin x dx; \quad (c) \int \frac{x + \arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Esercizio 9 – 1+1+1 punti. Calcolare i seguenti integrali:

$$(a) \int_0^{\pi/2} x \sin x dx; \quad (b) \int_0^1 x e^x dx; \quad (c) \int_0^{\pi/4} \tan x dx.$$