

Università degli studi di Trieste
Corso di Laurea magistrale a ciclo unico in Architettura
Istituzioni di Matematiche

12 Dicembre 2014

Cognome:

Nome:

Matricola:

SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE

Esercizio	Punteggio
1	/2
2	/6
3	/4
4	/10
5	/6
6	/3
7	/6
8	/8
Totale	/45
Voto	

Esercizio 1 – 2 punti. Enunciare i seguenti teoremi:

- (a) Teorema di Rolle.
- (b) Teorema fondamentale del calcolo integrale.

Esercizio 2 – 2+2+2 punti. Calcolare le seguenti derivate:

$$(a) D \left[2 \arcsin \frac{x-2}{\sqrt{6}} - \sqrt{2+4x-x^2} \right], \quad (b) D [(\arctan x)^x], \quad (c) D \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{x\sqrt{3}}{1-x^2} \right].$$

Esercizio 3 – 2+2 punti. Calcolare i polinomi approssimanti $P_n(x; x_0)$ come indicato:

- (a) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 5$, $x_0 = 2$, $n = 3$. (Taylor)
- (b) $f(x) = x^2 e^x$, $x_0 = 0$, $n = 4$. (MacLaurin)

Esercizio 4 – 10 punti. Studiare la funzione $y = f(x) = x\sqrt{1-x^2}$, indicando:

- (a – 1 punto) Dominio;
- (b – 1 punto) Intersezioni con gli assi;
- (c – 1 punto) Segno della funzione;
- (d – 1 punto) Discutere la parità della funzione;
- (e – 1 punto) Derivata prima, suo dominio, suo segno. Come si comporta la derivata prima agli estremi del suo dominio?;
- (f – 1 punto) Eventuali punti di massimo o minimo. Sono relativi o assoluti?;
- (g – 1 punto) Derivata seconda, suo dominio, suo segno. Concavità o convessità della funzione;
- (h – 1 punto) Calcolare l'area compresa tra in grafico di f e l'asse x e le rette $x = \pm \frac{1}{2}$ (il punto (d) può aiutare...);
- (i – 1 punto) Calcolare il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando la funzione di un giro completo attorno all'asse x (il punto (d) può aiutare...).
- (l – 1 punto) Disegnare un grafico accurato della funzione studiata.

Esercizio 5 – 2+2+2 punti. Calcolare i seguenti limiti applicando i teoremi di de L'Hôpital, dopo aver classificato il tipo di forma indeterminata:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan x}{x^3}; \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log x}{\log \sin x}; \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{\sin 2x}}.$$

Esercizio 6 – 1+1+1 punti. Calcolare i seguenti integrali:

$$(a) \int \frac{6x-7}{3x^2-7x+11} dx; \quad (b) \int \sqrt{9-\tan^2 x} (1+\tan^2 x) dx; \quad (c) \int \frac{x + \arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Esercizio 7 – 2+2+2 punti. Calcolare i seguenti integrali:

$$(a) \int e^x \sin(2x) dx; \quad (b) \int \tan^4 x dx; \quad (c) \int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx. \quad [\text{sostituire } x = \sin t].$$

Esercizio 8 – 2+2+2+2 punti. Calcolare i seguenti integrali:

$$(a) \int_0^\pi \cos^2 x \sin x dx; \quad (b) \int_0^1 \frac{x dx}{1+x^4}; \quad (c) \int_0^1 x e^x dx; \quad (d) \int_0^{\log 2} \sqrt{e^x - 1} dx.$$