Università degli studi di Trieste

Corso di Laurea magistrale a ciclo unico in Architettura
Istituzioni di Matematiche

14 Novembre 2014

Cognome: ....

Nome: ....

Matricola: ....

SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE

Esercizio	**Punteggio**
1	/2
2	/1
3	/2
4	/1
5	/3
6	/3
7	/3
8	/4
9	/3
10	/3
11	/1
12	/1
13	/1
14	/3
Totale	/31
Voto	

Esercizio 1 – 2 punti. Dare le seguenti definizioni:

(a) Una successione a_n ha limite $+\infty$.
(b) Una succesisone a_n ha limite $\ell \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2 – 1 punto. Dimostrare la seguente legge di De Morgan: $\overline{p \vee q} \Leftrightarrow \overline{p} \wedge \overline{q}$.

Esercizio 3 – 2 punti. Siano dati i seguenti insiemi:
$A :=]-\infty, -5] \cup [-1, 2[\cup \{3\}$, $B := [-5, 0[\cup]1, 4]$, $C := [-5, 0] \cup [3, 4]$.
Tovare $D := A \cap C$; $E := B \setminus D$; $\mathring{D}$; $\overline{D}$, ∂D; $\mathring{E}$; $\overline{E}$, ∂E.

Esercizio 4 – 1 punto. Sia $F :=]-\infty, 3[$. Con riferimento all'esercizio precedente, trovare $G := E \cup F$; $\inf G$, $\sup G$. Dire se esistono, e in tal caso identificarli, $\min G$; $\max G$.

Esercizio 5 – 3 punti. Sia $a_n := \dfrac{n^2+3}{n^2-1}$ e sia $A := \{a_n,\, n \geq 2\}$.
Trovare $\inf A$; $\sup A$. Dire se esistono, e in tal caso identificarli, $\min A$; $\max A$.
Sia poi $b_n := -na_n + \dfrac{a_n}{n}$. Calcolare $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ e $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$.

Esercizio 6 – 3 punti. Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{(a)} \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{4n+1}{n}}, \qquad \text{(b)} \lim_{n\to\infty} \log\left(1 + \sqrt{\frac{n}{n+1}}\right), \qquad \text{(c)} \lim_{n\to\infty} \frac{n+(-1)^n}{n-(-1)^n}.$$

Esercizio 7 – 3 punti. Usando la definizione di limite, mostrare che:

(a) $\dfrac{n^2+1}{3n-3} \to \infty$ per $n \to \infty$. Trovare $\bar{n}$ per $M = 42$.
(b) $\dfrac{n^2}{n^3+n-100} \to 0$ per $n \to \infty$. Trovare $\bar{n}$ per $\varepsilon = 1/100$.

Esercizio 8 – 4 punti. Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{(a)} \lim_{n\to\infty} \frac{1-\sqrt{\cos\frac{\pi}{n}}}{1/n^2}; \qquad \text{(b)} \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1411}{n^2}\right)^{n^2}.$$

Esercizio 9 – 3 punti. Trovare il dominio delle seguenti funzioni:

$$\text{(a)}\ f(x) = \cos\sqrt{x^2-5x+6}); \qquad \text{(b)}\ g(x) = \log\left(\frac{x^2-x-6}{x+1}\right).$$

Esercizio 10 – 3 punti. Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{(a)} \lim_{x\to 0}(1+\cos(e^x))\sin\frac{1}{x}; \qquad \text{(b)} \lim_{x\to-\infty} \frac{e^x}{x^27}; \qquad \text{(c)} \lim_{x\to 0^+} x^{3\tan x}.$$

Esercizio 11 – 1 punto. Enunciare il teorema della permanenza del segno per successioni.

Esercizio 12 – 1 punto. Scrivere la definizione di funzione decrescente e strettamente decrescente.

Esercizio 13 – 1 punto. Trovare $a \in \mathbb{R}$ affinché risulti continua la funzione definita da

$$f(x) := \begin{cases} \dfrac{\cos x - 1}{x^2}, & x \geq 0, \\ -|x+a|, & x < 0. \end{cases}$$

Esercizio 14 – 3 punti. Vero o falso.

(a) La successione $\cos(n\pi)$ ha due limiti per $n \to \infty$, che sono $+1$ e -1.
(b) Se una funzione non ha limite per $x \to 0$ allora non è limitata in un intorno dello zero.
(c) Se $f(c) = \ell$, allora $\lim\limits_{x\to c} f(x) = \ell$.