Università degli studi di Trieste

Corso di Laurea magistrale a ciclo unico in Architettura
Istituzioni di Matematiche

14 Novembre 2014

Cognome: ....

Nome: ....

Matricola: ....

SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE

Esercizio	**Punteggio**
1	/2
2	/1
3	/2
4	/1
5	/3
6	/3
7	/3
8	/4
9	/3
10	/3
11	/1
12	/1
13	/1
14	/3
Totale	/31
Voto	

Esercizio 1 – 2 punti. Dare le seguenti definizioni:

(a) Una successione a_n ha limite $-\infty$.
(b) Una succesisone a_n ha limite $\ell \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2 – 1 punto. Dimostrare la seguente legge di De Morgan: $\overline{p \wedge q} \Leftrightarrow \overline{p} \vee \overline{q}$.

Esercizio 3 – 2 punti. Siano dati i seguenti insiemi:
$A :=]-\infty, -5] \cup [-1, 2[\cup \{3\}$, $B := [-5, 0[\cup]1, 4]$, $C := [-5, 0] \cup [3, 4]$.
Tovare $D := A \cap B$; $E := C \setminus D$; $\mathring{D}$; $\overline{D}$, ∂D; $\mathring{E}$; $\overline{E}$, ∂E.

Esercizio 4 – 1 punto. Sia $F :=]-1, +\infty[$. Con riferimento all'esercizio precedente, trovare $G := D \cup F$; $\inf G$, $\sup G$. Dire se esistono, e in tal caso identificarli, $\min G$; $\max G$.

Esercizio 5 – 3 punti. Sia $a_n := \dfrac{n(n+1)}{n-2}$ e sia $A := \{a_n,\, n \geq 3\}$.
Trovare $\inf A$; $\sup A$. Dire se esistono, e in tal caso identificarli, $\min A$; $\max A$.
Sia poi $b_n := \dfrac{2n}{n^2-1} a_n - \dfrac{a_n}{n}$. Calcolare $\lim_{n\to\infty} a_n$ e $\lim_{n\to\infty} b_n$.

Esercizio 6 – 3 punti. Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{(a)} \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{2n}{8n+1}}, \qquad \text{(b)} \lim_{n\to\infty} [\log(7+n) - \log n], \qquad \text{(c)} \lim_{n\to\infty} \frac{n+(-1)^n}{n-(-1)^n}.$$

Esercizio 7 – 3 punti. Usando la definizione di limite, mostrare che:

(a) $\sqrt{n} - n \to -\infty$ per $n \to \infty$. Trovare $\bar{n}$ per $M = 42$.
(b) $\dfrac{3n^2 + \frac{11}{2}n - 5}{5n^2} \to \dfrac{3}{5}$ per $n \to \infty$. Trovare $\bar{n}$ per $\varepsilon = 1/10$.

Esercizio 8 – 4 punti. Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{(a)} \lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{4} \tan\left(\frac{3}{n^2}\right); \qquad \text{(b)} \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{2014}{n}\right)^{n/2}.$$

Esercizio 9 – 3 punti. Trovare il dominio delle seguenti funzioni:

$$\text{(a)}\ f(x) = \exp\left(\sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x-3}}\right); \qquad \text{(b)}\ g(x) = \log\left(\frac{x+5}{x-2}\right).$$

Esercizio 10 – 3 punti. Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{(a)} \lim_{x\to\pi/4} \frac{\sqrt{2x^2-1}}{\tan x}; \qquad \text{(b)} \lim_{x\to\infty} 2^x \left(\frac{x+5}{2x}\right)^x; \qquad \text{(c)} \lim_{x\to\infty} \frac{\sin(x^2 e^x \log x)}{x}.$$

Esercizio 11 – 1 punto. Enunciare il teorema di Bolzano-Weierstrass.

Esercizio 12 – 1 punto. Scrivere la definizione di funzione continua.

Esercizio 13 – 1 punto. Trovare $a \in \mathbb{R}$ affinché risulti continua la funzione definita da

$$f(x) := \begin{cases} \dfrac{\sin x}{x}, & x \geq 0, \\ \dfrac{a}{x}(e^x - 1), & x < 0. \end{cases}$$

Esercizio 14 – 3 punti. Vero o falso.

(a) Se la successione a_n è infinitesima, allora $\lim_{n\to\infty} (1 - a_n) = 0$.
(b) Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è strettamente crescente, allora $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
(c) Se $\lim_{x\to c} f(x) = \ell$, allora $f(c) = \ell$.